



TITLE:

プラズマにおける負吸収現象

AUTHOR(S):

田中, 茂利

CITATION:

田中, 茂利. プラズマにおける負吸収現象. 物性研究 1968, 11(2): 131-155

ISSUE DATE:

1968-11-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/86783>

RIGHT:

プラズマにおける負吸収現象

(京大理) 田 中 茂 利

§ 1. はじめに

プラズマと電磁波との相互作用において，電磁波が負の吸収，すなわち電磁波が増巾される可能性があることを最初に提唱したのは，Twiss である。^{1), 2)} 彼はラジオ星（例えば白鳥座 A）からの異常に強い電波の輻射をプラズマの負吸収効果によるものとして説明を試みた。その後 Bekefi¹⁾ らは非熱平衡状態にあるプラズマからの電磁波の輻射に関する理論を展開し，プラズマの負吸収効果について論じた。そして熱核融合反応が起るような超高温プラズマでは，この負吸収現象がおこる可能性があり，従ってプラズマからの輻射損失が非常に大きくなる恐れがあるという問題を提起した。

こゝではプラズマ内で起る負吸収効果の特徴を簡単な例を引用して述べた後に非熱平衡状態にあるプラズマの輻射理論の概略を述べる。それにもとづいてプラズマの負吸収現象を記述することにしよう。

扱って静磁場がなく等方的ではあるが non-Maxwellian 速度分布を持つプラズマ内の電子の満たす Boltzmann 方程式は

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \underline{v} \cdot \frac{\partial f_1}{\partial \underline{r}} - \frac{e}{m} \underline{E} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \underline{v}} = -\nu f_1 \quad (1)$$

で表わされる。定常的な分布 f_0 (\underline{v}) は外部から印加された角周波数 ω の交流電場 \underline{E} によって変動を受け，摂動項 f_1 (\underline{v}) を生ずる。こゝで f_1 は $\exp i(\underline{k} \cdot \underline{r} - \omega t)$ に比例すると仮定し，更に交流電場の周波数は電子のモーメント変換の衝突周波数 ν に比べて充分小さくて，電子は外場と同相で運動出来ると仮定し，かつ波数が充分小さいと仮定する。即ち， $\nu \gg \omega$ で $\nu \gg \underline{k} \cdot \underline{v}$ と仮定すれば

$$f_1(\underline{v}) = \frac{1}{\nu} \frac{e \underline{E}}{m} \frac{\partial f_0}{\partial \underline{v}} \quad (2)$$

従って電子の運動に伴う交電電流 \underline{j} は

$$\underline{j} = - \frac{4 \pi n e^2}{m} \underline{E} \int \frac{\underline{v}^3}{\nu(\underline{v})} \frac{\partial f_0}{\partial \underline{v}} d\underline{v} = \frac{4 \pi n e^2}{m} \underline{E} \int f_0 \frac{\partial}{\partial \underline{v}} \left\{ \frac{\underline{v}^3}{\nu(\underline{v})} \right\} d\underline{v} \quad (3)$$

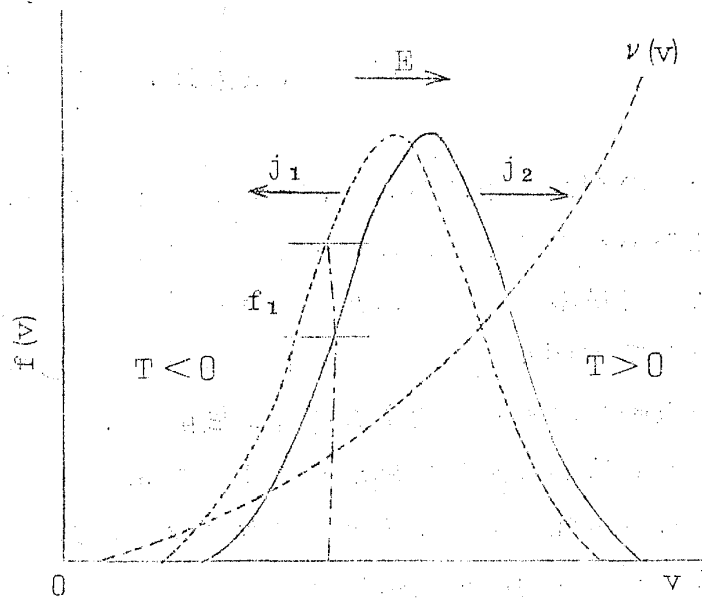


Fig.1 Polarization and gradients of an electron-velocity distribution

となる。方程式(2)から明らかなように f_1 の符号は $ef_0/\partial v$ の正負によってきまる。第1図に示したように電子の速度分布が負の温度を持つ領域，即ち $\partial f/\partial v > 0$ の領域にある電子群による f_1 は正，従って電流密度 j_1 は負で外部からの印加電圧 E と逆方向に向く。一方，正の温度領域，即ち $\partial f/\partial v < 0$ の領域にある電子による電流密度 j_2 は E と同方向に向く。外場 E がプラズマになす仕事は $\int (j_1 + j_2) E dt$ である。従って j_1 は外場に仕事をする事になり， E に対して増巾作用，或いは負の吸収効果を与えることになる。マクロな吸収係数が負になるか正になるかは j_1 と j_2 とどちらの寄与が大きいかによるが，それは，方程式(3)で与えられ，

$$\int f_0 \frac{\partial}{\partial v} \left\{ \frac{v^3}{\nu(v)} \right\} dv < 0 \quad (4)$$

ならば負の吸収を示すことになる。方程式(4)から明らかなように負の吸収が起るためには，衝突周波数の速度依存性が充分大きいことが必要となるが，これが満足されるような衝突過程が現実のプラズマにはありうるので，負吸収現象が実験で検出されることになる。次に此の負吸収効果を輻射過程から考えてみ

よう。

§ 2. 非熱平衡プラズマにおける輻射

よく知られているようにエネルギー $\hbar\omega$ 、モーメントム $\hbar k$ の光子が放出又は吸収されるには自然及び誘導放射と吸収の3つの輻射過程がある。これによってエネルギーとモーメントムが ϵ', p' の電子はより低い(又は高い)状態 ϵ, p に移行する。但し我々は自由-自由遷移のみを考えている。又位置 \underline{r} にあるプラズマのモーメントム \underline{p} の電子の密度を $f(\underline{p}, \underline{r}) d^3 p$ とする。

扱て自然放出の割合は輻射電場の存在には無関係である。こゝで $\eta_{\omega}(\underline{p}', \underline{r}, \underline{s})$ をモーメントムが \underline{p}' と $\underline{p}' + d\underline{p}'$ の間にある1個の電子が周波数 ω の輻射を \underline{s} の方向に単位立体角当り自然に放出する割合とする。然るとき $f(\underline{p}, \underline{r}) d^3 p$ の電子による自然放出は、

$$\eta_{\omega}(\underline{p}', \underline{r}, \underline{s}) f(\underline{p}', \underline{r}) d^3 p' \quad (5)$$

で与えられる。自然放出の輻射係数 j_{ω} は光線 \underline{s} の方向に単位立体角当り、単位体積当り放出される輻射量として定義されるから

$$j_{\omega} = \int \eta_{\omega}(\underline{p}') f(\underline{p}') d^3 p' \quad (6)$$

で与えられる。但し簡単のため $\underline{r}, \underline{s}$ を略した。

誘導放出は位置 \underline{r} における輻射強度に比例する。 $\eta_{\omega s}(\underline{p}', \underline{r}, \underline{s})$ を \underline{p}' の1個の電子が単位強度の輻射があるために単位立体角当りに放出する割合とすれば単位体積当り放出する量は

$$\eta_{\omega s}(\underline{p}', \underline{r}, \underline{s}) I_{\omega}(\underline{r}, \underline{s}) f(\underline{p}', \underline{r}) d^3 p' \quad (7)$$

であり、従って誘導放出の輻射係数 $\alpha_{\omega s}$ は

$$\alpha_{\omega s} = \int \eta_{\omega s}(\underline{p}') f(\underline{p}') d^3 p' \quad (8)$$

田中茂利
と定義される。

最後に低い状態 p にある電子は $\hbar\omega$, $\hbar k$ の光子を吸収して高い状態 p' に移る。 $\eta_{\omega A}(\underline{p}, \underline{r}, \underline{s})$ を単位強度の輻射場があるための吸収の割合とすれば, 単位体積当りの吸収量は

$$\eta_{\omega A}(\underline{p}, \underline{r}, \underline{s}) I_{\omega}(\underline{r}, \underline{s}) f(\underline{p}, \underline{r}) d^3 p \quad (9)$$

従って, 誘導吸収による吸収係数は

$$\alpha_{\omega A} = \int \eta_{\omega A}(\underline{p}) f(\underline{p}) d^3 p \quad (10)$$

である。実際に我々が測定出来る吸収係数 α_{ω} は, (10) 式と (8) 式との差であって

$$\alpha_{\omega} = \int \eta_{\omega A}(\underline{p}) f(\underline{p}) d^3 p - \int \eta_{\omega S}(\underline{p}') f(\underline{p}') d^3 p' \quad (11)$$

となる。

上述の3つの放出及び吸収の割合 η_{ω} , $\eta_{\omega S}$ 及び $\eta_{\omega A}$ の間には一定の関係がある。この関係は電子の吸収又は放出の割合がプラズマの状態によらない, 即ち輻射場の強度や電子の分布函数に依存しないと仮定して求めることが出来る。こゝでプラズマを温度 T の熱遮蔽した容器に入れたとすれば充分長い時間の後には熱平衡に達する。此の時, 電子の速度分布は Maxwellian になり, 又輻射強度 I_{ω} は黒体輻射のそれになる。即ち

$$\begin{aligned} I_{\omega} &= B(\omega, T) = n_r^2 B_0(\omega, T) \\ &= \frac{n_r^2 \hbar \omega^3}{8 \pi^3 c^2} [\exp(\hbar \omega / kT) - 1]^{-1} \quad (12) \end{aligned}$$

(注: n_r は ray refractive index で, 真空中では $n_r = 1$ 従って上式は polarization が1つの場合の Planck の式になる) 一方 detailed balance

の原理によって如何なる2つの状態 \underline{p} と \underline{p}' に対しても $\underline{p}' \rightarrow \underline{p}$ の放射の遷移の割合と $\underline{p} \rightarrow \underline{p}'$ の吸収の遷移の割合とは正確に平衡を保たなければならない。
従って (5), (7) 及び (10) 式を使えば上に述べたことから

$$\eta_{\omega}(\underline{p}') e^{-\epsilon'/kT} d^3 p' = B(\omega, T) [\eta_{\omega A}(\underline{p}) e^{-\epsilon/kT} d^3 p - \eta_{\omega S}(\underline{p}') e^{-\epsilon'/kT} d^3 p'] \quad (13)$$

を得る。ここでエネルギーの保存則,

$$\epsilon' - \epsilon = \hbar \omega \text{ を使えば}$$

$$B(\omega, T) = \frac{[\eta_{\omega}(\underline{p}') / \eta_{\omega S}(\underline{p}')] }{[\eta_{\omega A}(\underline{p}) d^3 p / \eta_{\omega S}(\underline{p}') d^3 p'] e^{\hbar \omega / kT} - 1} \quad (14)$$

上式を (12) 式と比較し, かつこれが如何なる ω に対しても成立つことから次の恒等式となる。

$$\eta_{\omega}(\underline{p}') = n_r^2 \frac{\hbar \omega^3}{8 \pi^3 c^2} \eta_{\omega S}(\underline{p}') \quad (15)$$

$$\eta_{\omega A}(\underline{p}) d^3 p = \eta_{\omega S}(\underline{p}') d^3 p'$$

(15) 式は Einstein の遷移確率の間に成立つ関係式に相当するが, 今の場合非等方な refracting medium を取扱っているので n_r が入っている。

扱て (15) 式の関係を使えば (6) 及び (11) 式の放出及び吸収係数は自然放出の割合 $\eta_{\omega}(\underline{p}')$ で表わして

$$j_{\omega} = \int \eta_{\omega}(\underline{p}') f(\underline{p}') d^3 p' \quad (16)$$

$$\alpha_{\omega} = \frac{8 \pi^3 c^2}{n_r^2 \hbar \omega^3} \int \eta_{\omega}(\underline{p}') [f(\underline{p}) - f(\underline{p}')] d^3 p'$$

田中茂利

こゝで Source function S_ω を吸収係数に対する輻射係数の比として定義すれば

$$S_\omega \equiv \frac{j_\omega}{n^2 \alpha_\omega} = \frac{\hbar \omega^3}{8 \pi^3 c^2} \frac{\int \eta_\omega(\underline{p}') f(\underline{p}') d^3 p'}{\int \eta_\omega(\underline{p}) [f(\underline{p}) - f(\underline{p}')] d^3 p'} \quad (17)$$

此の(17)式は非等方で非熱平衡にあるプラズマに対する拡張された Kirchhoff の法則と云えるものである。事実、電子の速度分布 $f(\underline{p})$ が Maxwellian であれば此の S_ω は(12)式の真空中の黒体輻射 $B_0(\omega, T)$ になることは容易にわかる。即ち

$$S_\omega \rightarrow B_0(\omega, T) = \omega^2 k T / 8 \pi^3 c^2 \quad (18)$$

扱て(17)式と(18)式とを比較して

$$S_\omega = \frac{\omega^2}{8 \pi^3 c^2} k T_r \quad (19)$$

で T_r をプラズマの輻射温度と定義する。 T_r は ω , 光線の方角 \underline{s} , 輻射の素過程の関数である。プラズマが熱平衡にあれば $T_r = T$ で当然に T_r はプラズマの電子温度と一致する。

こゝで通常のプラズマについて誘導吸収と誘導輻射の大きさを比較してみよう $f(\underline{p})$ が Maxwellian であれば(8), (10)及び(15)式から

$$\alpha_{\omega s} = \alpha_{\omega A} e^{-\hbar \omega / k T} \quad (20)$$

が成立ち、吸収係数は、

$$\alpha_\omega = \alpha_{\omega A} - \alpha_{\omega s} = \alpha_{\omega A} \{ 1 - e^{-\hbar \omega / k T} \} \quad (21)$$

となる。周波数が光の領域では $\hbar \omega / k T > 1$ で誘導輻射は重要ではない。併しマイクロ波領域では $\hbar \omega / k T \ll 1$ であって $\alpha_{\omega s}$ は $\alpha_{\omega A}$ に近づく。更に此の周波数では誘導放出が自然放出よりも著しく大きくなる。此の比 R は(15)式から

$$R \equiv \frac{\text{誘導輻射}}{\text{自然放射}} = I_{\omega} \frac{8\pi^3 C^2}{\hbar \omega^3} \quad (22)$$

となる。 I_{ω} として黒体輻射の Z 倍程度にとる, 即ち $I_{\omega} = Z B_0(\omega, T)$ とすれば, $R = Z (kT/\hbar\omega)$ となる。例えばマイクロ波として $\omega = 10^{10}$ rad/sec, 電子温度 $T = 10^5$ °K とすれば $R \simeq 10^5 Z$ となる。更にプラズマが non-Maxwellian の場合には $\alpha_{\omega s}$ が $\alpha_{\omega A}$ よりも大きくなることもあり得て, (21) 式から $\alpha_{\omega} < 0$ となるのである。

扱て上で見たようにマイクロ波領域では, $\hbar\omega$ が電子の運動エネルギーに比して著しく小さい。従って前述の輻射の理論を実際のプラズマに適用するには古典論の範囲で充分である。更に $f(\underline{p})$ は等方性であると仮定して (16), (17) 式を吟味してみる。 $\underline{p}' = \underline{p} + \Delta \underline{p}$ として

$$\Delta \underline{p} = \frac{\epsilon \Delta \epsilon}{C^2 \underline{p}} = \frac{\hbar \omega \epsilon}{C^2 \underline{p}} \quad (23)$$

$f(\underline{p}')$ を Taylor 展開して

$$f(\underline{p}') = f(\underline{p}) + \hbar \omega \frac{\partial f}{\partial \epsilon} \quad (24)$$

これらを使えば

$$J_{\omega} = \int \eta_{\omega}(\underline{p}) f(\underline{p}) d^3 p \quad (25)$$

$$\alpha_{\omega} = - \frac{8\pi^3 C^2}{n_r \omega^2} \int \eta_{\omega}(\underline{p}) \frac{\partial f(\underline{p})}{\partial \epsilon} d^3 p \quad (26)$$

$$S_{\omega} = \frac{\omega^2}{8\pi^3 C^2} kT r \quad (27)$$

$$kT r = - \frac{\int \eta_{\omega}(\underline{p}) f(\underline{p}) d^3 p}{\int \eta_{\omega}(\underline{p}) \frac{\partial f(\underline{p})}{\partial \epsilon} d^3 p}$$

(25) - (27) 式と次の equation of transfer とを使えば輻射の素過程が $\eta_\omega(\underline{p})$ で、電子の分布函数が $f(\underline{p})$ であるプラズマに光線 \underline{s} に沿っての輻射強度を求めることが出来る。

$$n_r^2 \frac{d}{ds} \left(\frac{I_\omega}{n_r^2} \right) = j\omega - \alpha_\omega I_\omega \quad (28)$$

扱て $f(\underline{p})$ が Maxwellian であれば T_r は電子温度 T と等しく、 S_ω は、Rayleigh-Jeans の輻射を与える。従って輻射強度の測定からプラズマの電子温度が求まる。併し $f(\underline{p})$ が non-Maxwellian であれば T_r は T に等しくないばかりか、 $T_r < 0$ の場合も起る。これを次節に見てみよう。

§ 3. Collisional broadening が有効な場合の負吸収

扱て吸収係数は (26) 式で与えられるからエネルギー分布が $\partial f / \partial \epsilon > 0$ の領域にある電子は $\alpha_\omega < 0$ に寄与し、 $\partial f / \partial \epsilon < 0$ の領域にある電子は $\alpha_\omega > 0$ に寄与する。前者の寄与が後者のそれより大きければ全体としての吸収係数は負値を示すことになる。その判定は (26) 式を部分積分して次式で与えられる。即ち相対論的プラズマに対しては

$$\alpha_\omega = \frac{16\pi^4}{n_r^2 \omega^2} \int f \frac{\partial}{\partial p} \{ \epsilon p \eta_\omega(p) \} dp < 0 \quad (29)$$

但し $\epsilon = \sqrt{p^2 c^2 + (m_0 c^2)^2}$ で、部分積分に於いて $\epsilon p \eta_\omega(p) f(p)$ は積分の上、下限に於いて零とした。又、非相対論的プラズマに対しては

$$\alpha_\omega = \frac{32\pi^4 c^2}{n_r^2 \omega^2 m} \int f \frac{\partial}{\partial v} \{ v \eta_\omega(v) \} dv < 0 \quad (30)$$

従って、 $\alpha_\omega < 0$ であるためには (a) あるエネルギー領域で電子のエネルギー分布が逆転して ($\partial f / \partial \epsilon > 0$) かつ (b) そのエネルギー領域での電子による電磁波の輻射過程が $\frac{\partial}{\partial p} \{ \epsilon p \eta_\omega(p) \} < 0$ 或いは $\frac{\partial}{\partial p} \{ v \eta_\omega(v) \} < 0$ で全体として (29) 或いは (30) 式の条件をみたさなければならない。此の2つの条件をみたして $\alpha_\omega < 0$ になるような2,3の輻射過程を次に

考えてみよう。

扱って一様な静磁場 B_0 内に非相対論的な電子が等方的に分布しているプラズマを考える。プラズマの電子密度は十分に小さくて、電子は真空中におけると同じ様に輻射を放出し、かつその旋回運動は衝突周波数 $\nu(v)$ で妨げられるとすれば、1個の電子の自然放出の割合 $\eta_{\omega}(v)$ は

$$\eta_{\omega}(v) = \frac{e^2 \omega^2}{24\pi^3 c^3 \epsilon_0} \left(\frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \right) \frac{\nu(v) v^2}{\{\nu(v)\}^2 + (\omega - \omega_b)^2} \quad (31)$$

与えられる。ここに ω_b はサイクロトロン周波数、 θ は波の伝播方向と B_0 とのなす角度である。

(31) 式を (26) 式に代入し、部分積分を行えば吸収係数 α_{ω} として

$$\alpha_{\omega} = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \right) \frac{\omega_p^2}{c} \int_0^{\infty} \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{\nu(v) v^3}{(\omega - \omega_b)^2 + \{\nu(v)\}^2} \right] f(v) dv \quad (32)$$

を得る。特に電子サイクロトロン周波数の近傍即ち $|\omega - \omega_b| \ll \nu(v)$ に於いては (32) 式は

$$\alpha_{\omega} = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \right) \frac{\omega_p^2}{c} \int \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{v^3}{\nu(v)} \right] f(v) dv \quad (33)$$

となる。上式からわかるように衝突周波数 ν が電子の速度 v に無関係の場合は常に $\alpha_{\omega} > 0$ である。然し乍ら、稀ガスの中、アルゴン、クリプトン、クセノン等の Ramsauer 効果の著しく大きいガスでは第2図に示す様に電子の衝突周波数が電子のエネルギーに強く依存するので、そのエネルギーの範囲では、

$$\frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{v^2}{\nu(v)} \right] < 0 \quad (34)$$

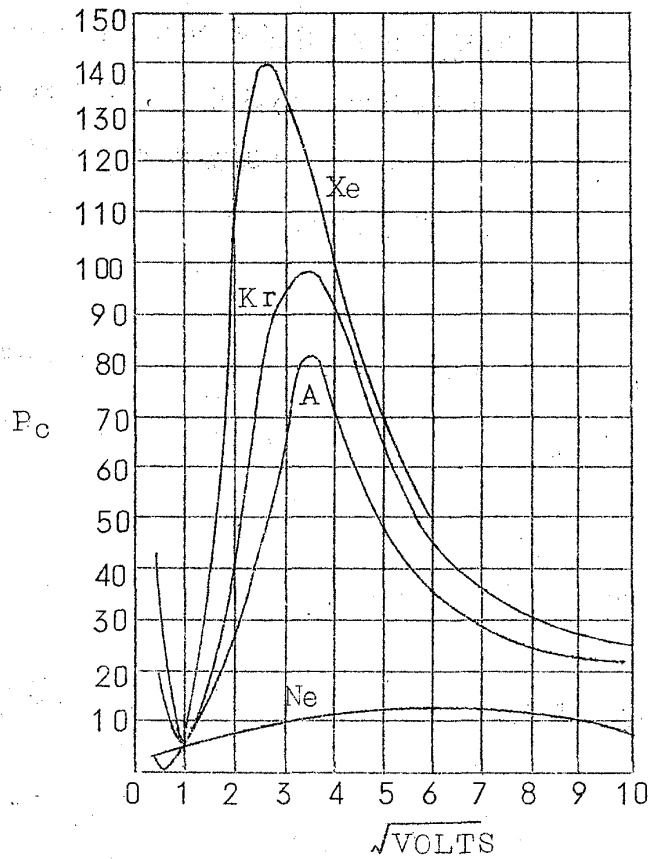


Fig.2 Probability of collision in Ne, A, Kr, and Xe.

をみたすことが可能である。従ってこの様なガスの弱電離プラズマで、電子のエネルギー分布を逆転 ($\partial f / \partial v > 0$) し得た場合には、 $\omega \approx \omega_b$ で $\alpha_\omega < 0$ になる可能性がある。

α_ω のスペクトルを検べるために、前述のエネルギー範囲で電子の衝突周波数を

$$\nu(v) = a v^h \quad (35)$$

と近似する (h は正又は負の常数)。更に全ての電子は一定のエネルギー $\bar{u} = m v_0^2 / 2$ をもっている、即ち

$$f(v) = \frac{N}{4\pi v_0^2} \delta(v - v_0) \quad (36)$$

と仮定しよう。そうすれば (33) 式から

$$\alpha_\omega = \frac{1}{3} \frac{\omega_p^2}{\omega \nu_0} \left(\frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \right) \frac{(h+3) \left(\frac{\omega - \omega_b}{\nu_0} \right) - (h-3)}{\left\{ 1 + \left(\frac{\omega - \omega_b}{\nu_0} \right)^2 \right\}^2} \quad (37)$$

但し $\nu_0 = a \nu_0^h$ 。上式から明らかなように $\alpha_\omega < 0$ であるためには $h > 3$ をみたす様に衝突周波数 ν が ν_0 と共に著しく大きくなる必要がある。(37)式で与えられる α_ω のスペクトラムを第3図に示した。例えば $h=4$, $N=10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $\nu_0 \simeq 10^8 \text{ sec}^{-1}$ かつ $\theta=0$ とすれば $\omega=\omega_b$ において $\alpha_\omega \simeq -4 \text{ cm}^{-1}$, 即ち不安定が $\sim 17 \text{ db/cm}$ の成長率で生ずることになる。

(37)式から明らかなように α_ω は衝突周波数のエネルギー依存性を表わす h の関数である。今, 電子サイクロトロン周波数近辺を考えれば

($|\omega - \omega_b| \ll \nu_0$), α_ω は

$$\alpha_\omega L = \frac{3-h}{3} \Lambda_1 \quad (38)$$

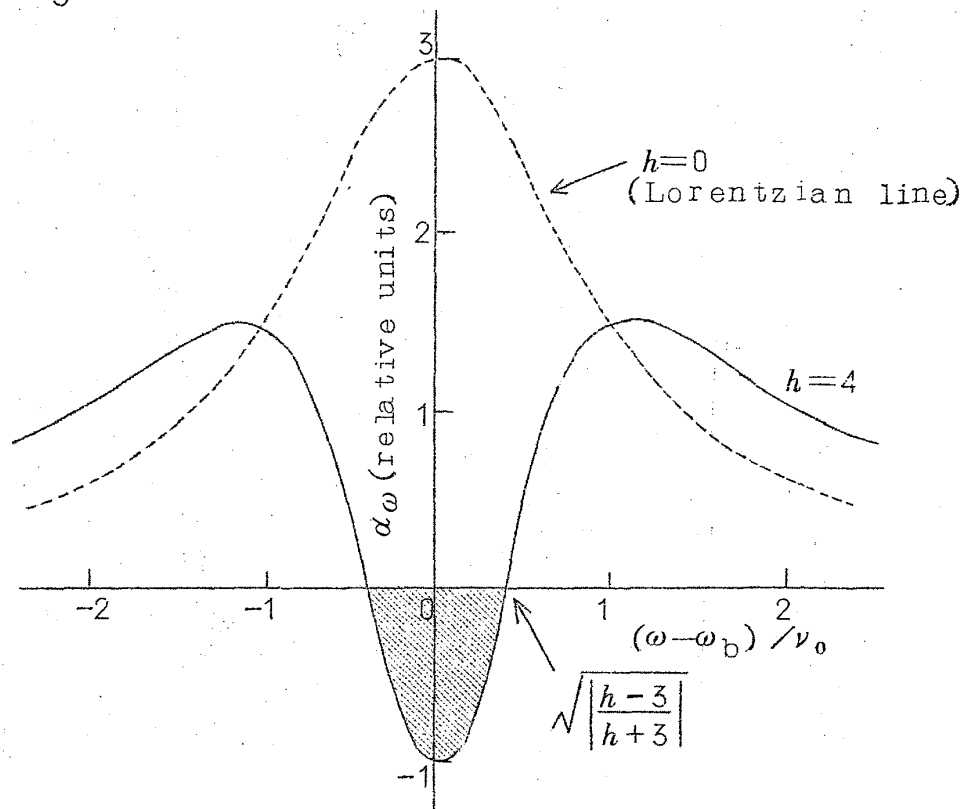


Fig.3 Frequency spectrum of the absorption coefficient near the electron cyclotron frequency in a collision-dominated plasma. The shading shows the region of instability. h is the exponent in $\nu(\nu) \propto \nu^h$.

と近似される。但しプラズマを一樣な厚さ L のスラブと考え, その optical depth $\alpha_\omega L$ を考えた。

$$\Lambda_1 = \left(\frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \right) \frac{\omega_p^2 L}{c \nu_0}$$

(38)式から $h > 3$ であれば $\alpha_\omega < 0$ となることがわかる。第4図には α_ω を h

田中茂利

の関数としてプロットしてある。

扱て非熱平衡分布のプラズマに対する吸収係数 α_ω に対応してその輻射温度 T_R は (36) 式を (27) 式に代入して求めることが出来る。サイクロトロン周波数の近く ($|\omega - \omega_b| \ll \nu_0$) では, T_R は

$$3 k T_R / 2 \bar{u} = 3 / (3 - h) \quad (39)$$

となる。(第5図参照)

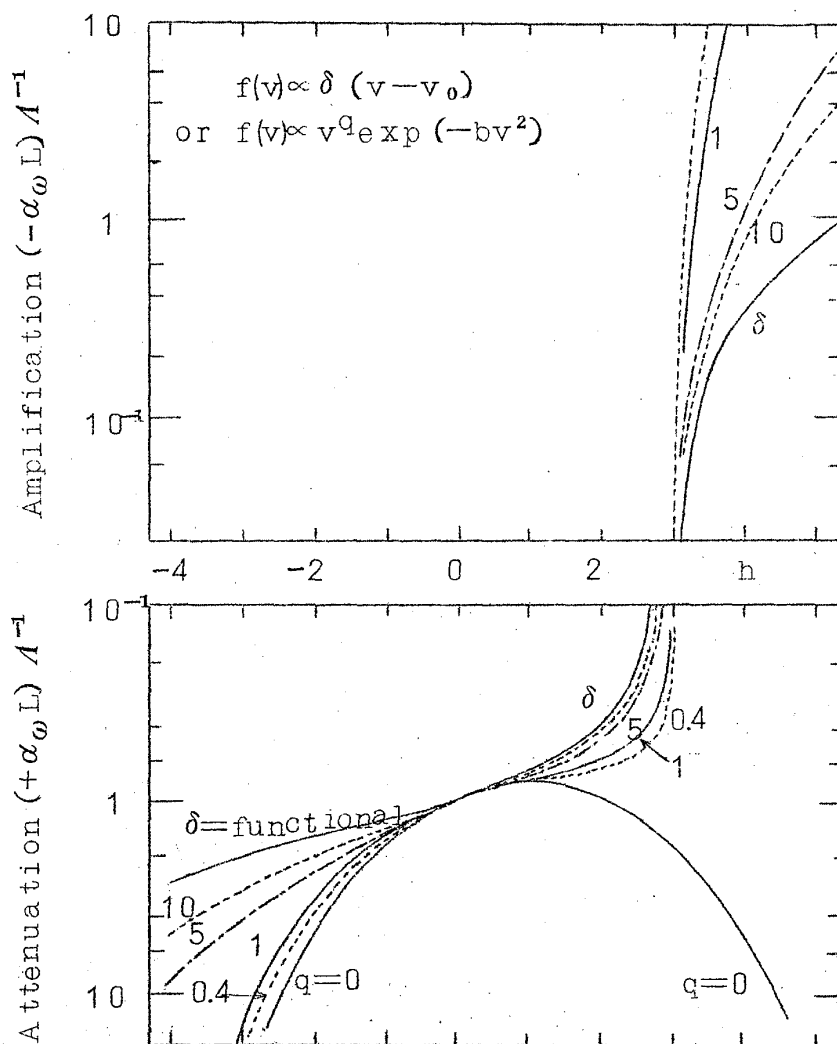


Fig.4 Absorption coefficient α_ω at $\omega = \omega_b$ as a function of h .

一方プラズマスラブの単位表面積から単位立体角当りに放射される輻射強度 I_ω はプラズマ境界での反射がないと仮定して (28) 式から

$$I_{\omega} = \frac{\omega^2}{8\pi^3 C^2} k T_r [1 - \exp(-\alpha_{\omega} L)] \quad (40)$$

となる。上式から明らかなように $\alpha_{\omega} > 0$ では l_{ω} は非熱平衡プラズマの電子の平均エネルギー $\bar{\epsilon} = 3kT/2$ の温度を持つ Maxwellian プラズマからの黒体輻射を超えることはない。然し $\alpha_{\omega} < 0$ であって l_{ω} は, optical depth と共に如何程にも大きくなり得る。これが負吸収現象の著しい特徴の一つである。(第6図参照)

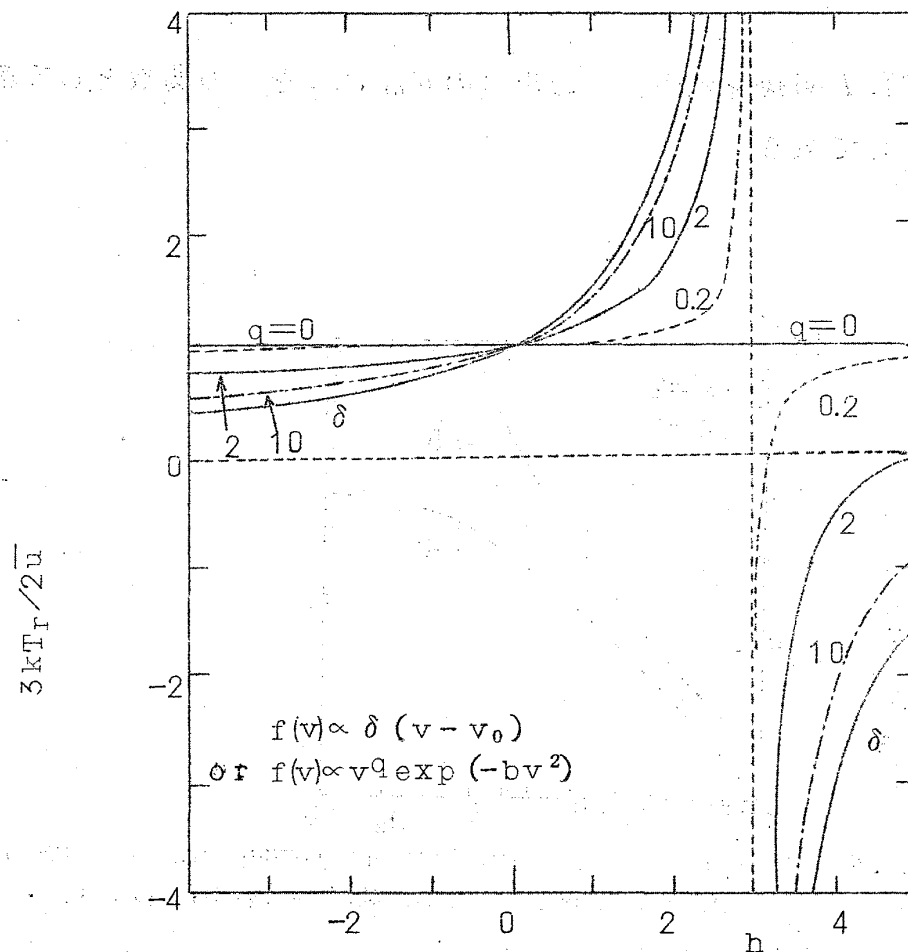


Fig.5 Radiation temperature T_r at $\omega=\omega_D$ as a function of h .

上述の議論では簡単のために電子のエネルギー分布として δ 関数を仮定したが、これに限ることはない。例えば Maxwell 分布から少々ずれたピーク状の分布である次の様な分布関数でも全く同じ様な議論が成り立つ。即ち $f(v)$ として

$$f(v) = cv^q \exp(-bv^{\ell}) \quad (41)$$

田中茂利

ここで b, q, ℓ は正の定数である。例えば $\omega \approx \omega_b$ における α_ω は

$$\alpha_\omega L \Lambda_2^{-1} = \frac{3-h}{3} \frac{\Gamma\left(\frac{q-h+3}{\ell}\right) \Gamma\left(\frac{q+h+3}{\ell}\right)}{\left\{\Gamma\left(\frac{q+3}{\ell}\right)\right\}^2} \quad (42)$$

で与えられ、 $\alpha_\omega < 0$ の条件は、

$$q+3 > h > 3 \quad (43)$$

となる。但し Γ は Γ 関数を示す。この場合の α_ω, T_r を h の関数として第4, 5図にプロットしてある。

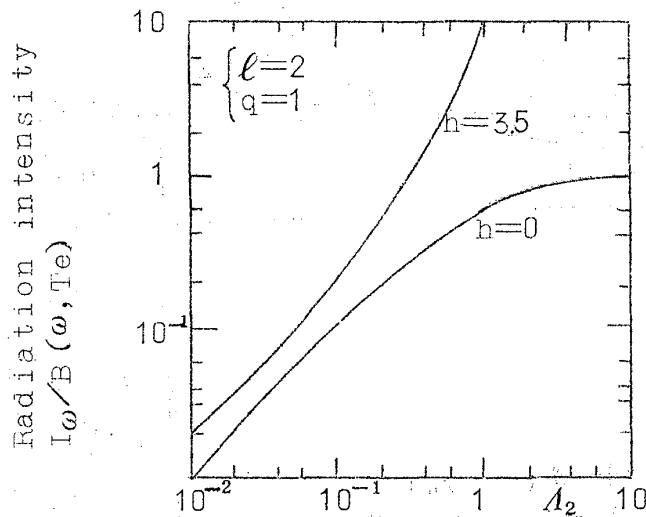


Fig. 6 Radiation intensity at $\omega=\omega_b$ as a function of an optical depth $\alpha_\omega L = X_2(h, q, \rho) \Lambda_2$.

上述の $\omega \approx \omega_b$ における負吸収現象は実験的に可成り詳細に調べられた。先づ増巾現象に関する実験結果を示す。^{3), 4)} 第7図に示す様に円筒型の空洞共振器 (TM₀₁₀ モード, $f_0 = 5782 \text{ MHz}$) は反射型のマイクロ波分光器に結合され、共振器内の電子によって吸収された電力を $\omega = \omega_b$ 近傍で磁場の関数として測定する。一方陰極から放射された電子は数 eV に加速され、弱い磁場から強い磁場領域を通して磁場に直角な速度成分を持った後に、数トールのクセノンガスが充たされている共振器内に注入される。静磁場をサイクロトロンのも

プラズマにおける負吸収現象
 れ ($B_0 = 2063$ ガウス) から ± 40 ガウス 振ってこれをブラウン管上の x 軸
 に, 共振器内で吸収された電力を y 軸にプロットする。Xe のガス圧 $p = 12$
 ミリトール, 電子ビーム 0.13 mA , 加速電圧 3.7 eV とすれば, 第3図に示し
 た α_ω のスペクトル ($h = 4$) と殆ど同一の曲線がブラウン管上で得られ,
 $\omega \approx \omega_b$ の近辺で $\alpha_\omega < 0$, 幾らか離れた磁場では $\alpha_\omega > 0$ であることが,
 実験的に示された。実際に此のエネルギー領域では $h \approx 3.8$ と近似出来るので,
 実験曲線は計算のそれと非常によく一致することを示している。電子の加速エ
 ネルギーが大きくなって, h が小さくなれば吸収スペクトルは, $\alpha_\omega < 0$ がな
 くなる。更に He ガスでは Ramsauer 効果はなく $h = 0$ と近似出来るが, 此の
 場合, ブラウン管上で測定出来る吸収スペクトラムは第3図の曲線 ($h = 0$)
 と畧々同じである。

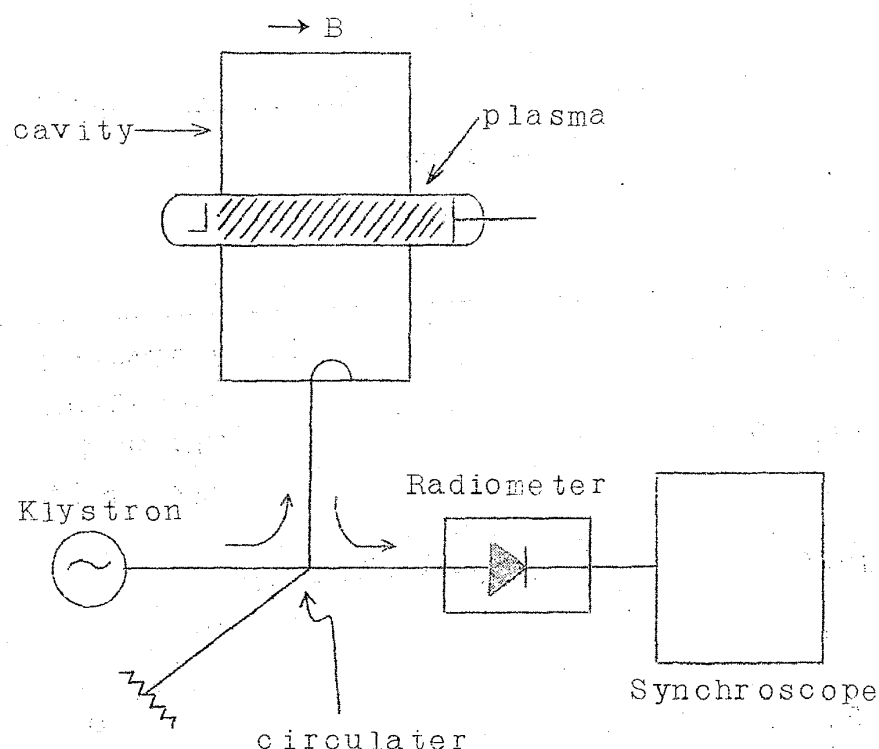


Fig. 7

次に負吸収による増巾率の測定結果を述べる。第7図の実験装置で空洞共振
 器に放電プラズマを挿入し, 共振器への入力マイクロ波と, プラズマと相互作
 用した後のマイクロ波信号との大きさを比較して増巾率を測定する。第8図に

田中茂利

示した様にプラズマの放電電流を変調し、これに同期させて入射マイクロ波にも100%の振巾変調を与える。即ちマイクロ波を矩形波的に発振、停止を行なう。(c)はプラズマで増巾された信号であって、矩形波の或る時間に於いて入力信号よりも遙かに大きく増巾された信号がバースト的に表われている。此の増巾率を入力信号の大きさの関数としてプロットしたのが曲線(d)である。入力信号が小さい時はその大きさに関係せず一定の増巾率10dbが得られるが、入力信号が大きくなると増巾率は減少し、遂には信号は減衰を受けるようになる。

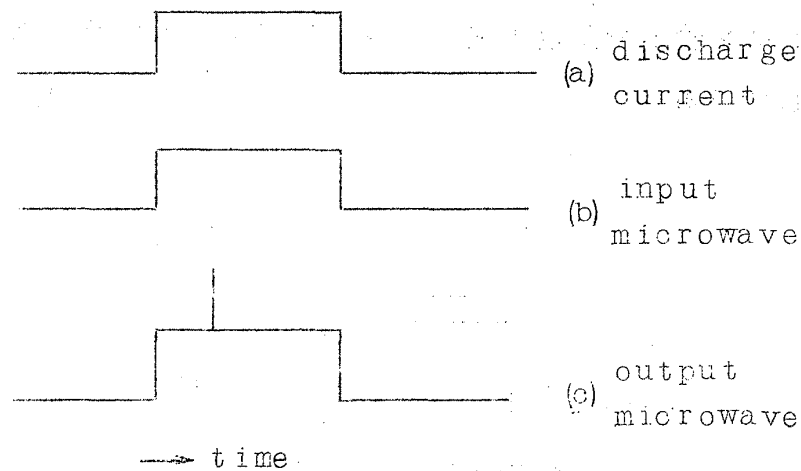
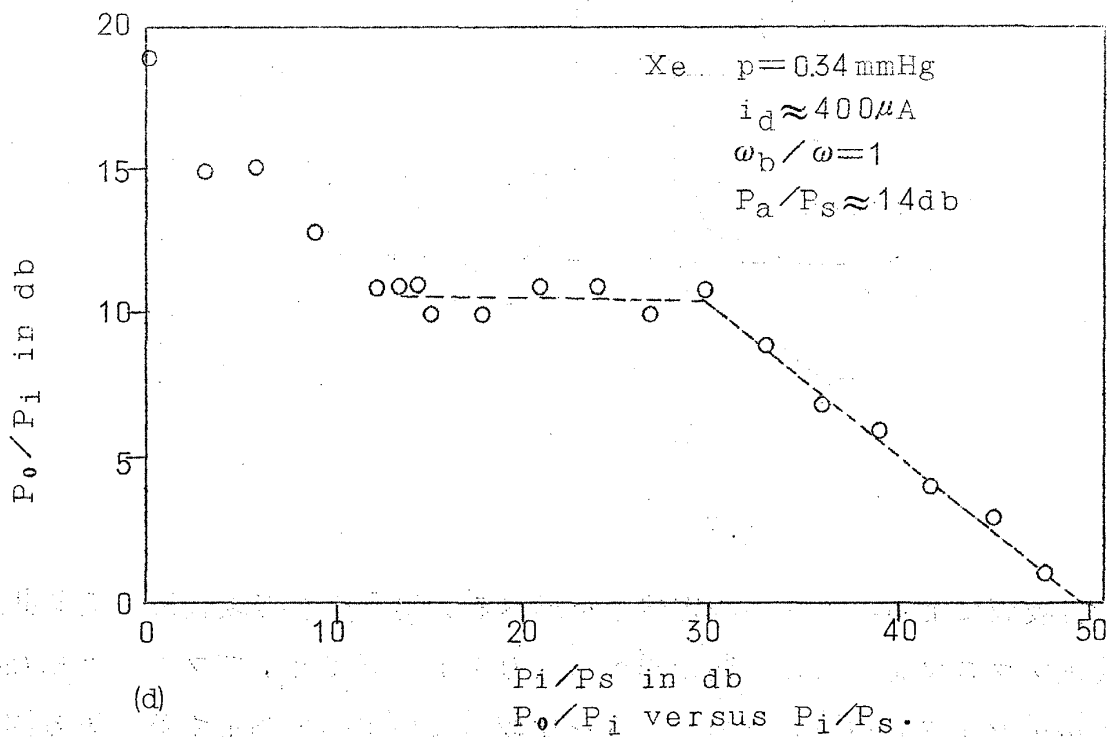


Fig. 8



扱て (40) 式又は第 6 図に示した様にプラズマ内に負吸収効果が起れば電磁波は増巾され、その強度は際限なく大きくなる。実際に S 又は X バンドの導波管 ($f_0 = 4$ 又は 9 GHz) 内におかれた放電プラズマ (その直径 1.3 mm) に於いて負吸収が起った場合の輻射強度はそのプラズマが熱平衡状態にある場合のそれに比して著しく大きい (実験では 30 db 以上も大きい場合があった)。熱平衡状態では電子温度は大凡 10^4 度であるから、負吸収による輻射強度は 1000 万度以上にある熱平衡プラズマからのそれに相当するものである。一方負吸収による輻射スペクトルの巾は著しく短くなる。通常サイクロトロン輻射の巾は衝突周波数 ν_0 の程度であるが負吸収現象の場合のそれは 1 桁以上小さくなる。(37) 式又は第 3 図から明らかなように $\alpha_\omega < 0$ であるためのスペクトルの巾は

$$|\omega - \omega_b| \approx \left\{ (h-3) / (h+3) \right\}^{1/2} \nu_0 \quad (44)$$

である。第 1 表に此の巾の計算値と実験値を示した。

第 1 表

gas	energy range	h	$\frac{1}{2} \left(\frac{h-3}{h+3} \right)^{1/2}$	Experimental Value
He	$> 2 \text{ eV}$	0		
Ne	≤ 8	1.7		
Ar	$1 \sim 10$	3.6	0.15	about 0.1
Kr	$1 \sim 7$	4.24	0.20	
Xe	$1 \sim 5.5$	4.46	0.22	

更に負吸収による $\omega = \omega_b$ での著しく強い輻射は Xe, Kr, 及び Ar ガスプラズマでは検出されたが, Ne, He では見つからない。これは、理論的に予測される通りである。一方、負吸収による上述の輻射は直流放電プラズマでは時間的に定常的には起らずバースト的に表われることがわかった。第 9 図に示す様に此の直流放電には $1 \sim 50 \text{ KHz}$ の低周波振動があつて、此の振動の或る

位相に於いて上記の輻射がバースト的に起る。この実験事実は次の様に考えられている。直流放電では陰極前面のカソード降下で電子が加速され、電離衝突を起す様になるが、こゝで作られた電荷が空間電荷の電位を変えるため低周波振動を発生する。従ってこの振動の或る位相では加速された電子ビームが作られ、これが負吸収効果を起す電子として役立ち、従ってバースト的に起ると解釈出来る。負吸収を起すためには $\partial f / \partial v > 0$ が必要であったのである。実際に負吸収が起きるための放電の状態は著しく微妙であってガス圧 ($p \approx 0.1 \sim 5$ Torr), 放電電流, 陰極の電子の放射率等に敏感である。

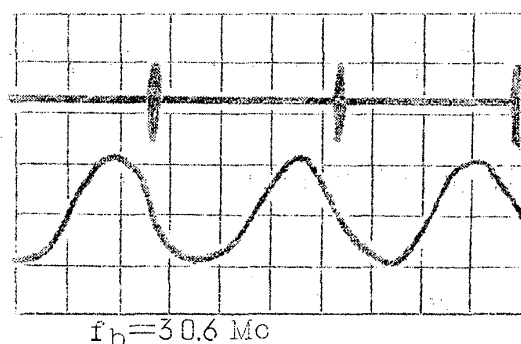


Fig. 9 upper curve, radio-freq, emission
and lower curve, low-freq, osciuation

扱てサイクロン周波数で起る此の負吸収の周波数の限界はどこにあるであろうか？第10図に示した様に高い周波数の $f = 24 \text{ GHz}$ から低い周波数の数 MHz に至迄連続的に検出された。^{5), *)} 所が此の下側の限界周波数 $f_{\text{crit}} = \text{数}10 \text{ MHz}$ 以下では静磁場に依存しない異常に強い輻射が観測されるようになる。実験によれば $f_{\text{crit}} = 40 \sim 70 \text{ MHz}$ であって衝突周波数 $\nu = 180 \text{ MHz}$ よりも幾らか小さい。第10図のハッチの部分がこの異常輻射の観測される範囲である。この輻射の特徴は観測周波数の範囲と磁場の依存性を除いて $\omega = \omega_b$ の負吸収効果による異常輻射のそれと全く同一である。即ち Ramsauer 効果の大きい Xe など起り、低周波振動の或る位相に於てのみ

*) サイクロン周波数 ($\omega = \omega_b$) のみならずその高周波 ($\omega = n\omega_b; n=2,3,4$) に於いても負吸収が起ることが実験的並びに理論的に示された。⁶⁾

バースト的に現われること，その大きさが熱雑音よりも数10 db も大きいなどである。更にこれが増巾現象であることは実験的に外部からの入力信号がプラズマで増巾されることから確かめられ，第8図のと同様な増巾率対入力信号の曲線も得られた。此の様な負吸収効果は理論的には当然期待出来るものである。極場がない場合の電子の自然放出の割合 $\eta_{\omega}(\nu)$ は (31) 式で $\omega_b = 0$ $\theta = 0$ とすればよい。従って (32) 式で $\omega_b = 0$ とおいた α_{ω} に於いて $\nu(\nu)$ に比して充分低い周波数を考えれば ($\omega \ll \nu(\nu)$) α_{ω} は再び (33) 式となる。それ故， $\omega = \omega_b$ における負吸収と全く同じ話が今の場合に成立つことになる。例えば α_{ω} のスペクトルは第3図で $\omega_b = 0$ とおけばよい。再び負吸収は $h > 3$ で起りその周波数領域は

$$\omega < \sqrt{\frac{(h-3)}{(h+3)}} \cdot \nu_0 \quad (45)$$

となる。これは誘導制導輻射による負吸収と云ってよいであろう。実験では此の輻射は第10図に示す様に f_{crit} から数MHzに至る周波数範囲で検出されている。他方異なった方法で直流から数MHz迄の増巾現象も検証されている。

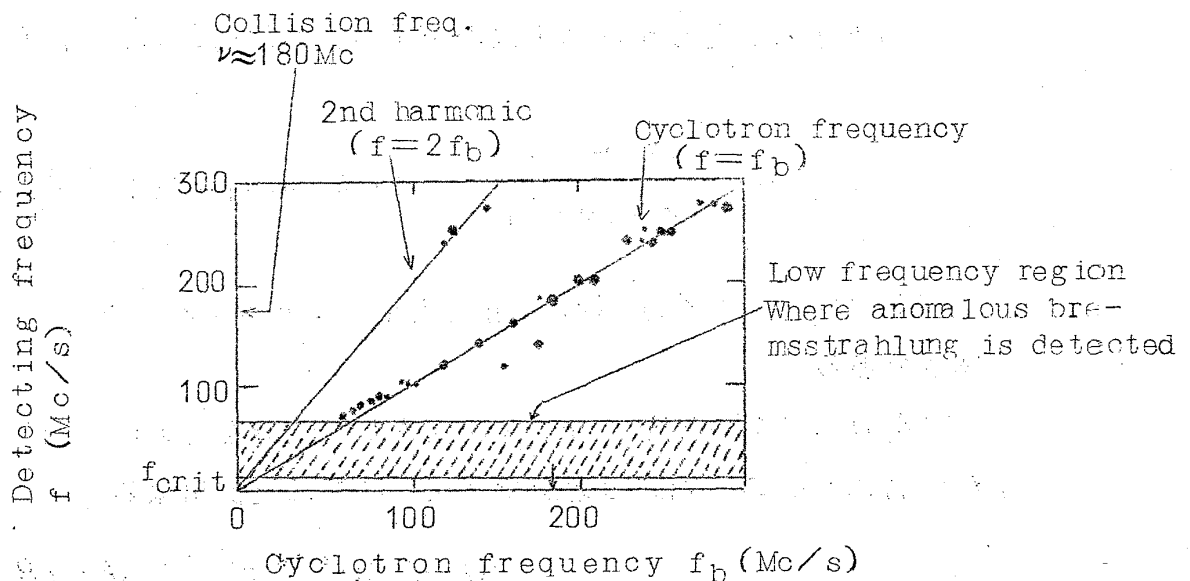


Fig.10 f_b - f diagram, showing the anomalous cyclotron emission and the anomalous bremsstrahlung.

§ 4. Collisionless plasma に於ける負吸収

§ 3においては Collisional broadening が有効な場合の負吸収を述べたが Collisionless plasma においても (29) 式がみたされて負吸収が起る可能性がある。そこで $\frac{\partial}{\partial p} \{ \epsilon p \eta_{\omega}(p) \} < 0$ の輻射過程について簡単に述べる。

扱ってプラズマ電子が準相対論的なエネルギーを持っているとし、サイクロトロン又はその高調波との相互作用を考える。始めに波からエネルギーを貰うような位相にある電子は益々重くなり、位相が遅れるのに対し、始めに波にエネルギーを与える位相にある電子は軽くなって位相が進む。その結果位相の集群が起り、波が増巾されることが可能である。これが準相対論的なエネルギーの電子プラズマの負吸収効果である。

吸収係数の求め方は § 3で行ったものと同じである。準相対論的なエネルギーの電子の分布は (41) 式と類似して

$$f(p) \propto N_p \ell e^{-b\epsilon} \quad (46)$$

とする。 $\ell = 0$ とすれば分布は Maxwellian であるが、 $\ell \neq 0$ では分布は $p \neq 0$ の或る p でピークを示すようになり、 ℓ が大きい程短くなる。簡単のために磁場と直角に伝播する異常波を考え、プラズマは充分薄くて集団現象は無視出来るとする。そうすれば1個の電子の自然放射の割合 $\eta_{\omega}(p)$ は

$$\eta_{\omega}(p) = \frac{e^2 \omega^2}{8\pi^2 \epsilon_0 c} \sum_{m=1}^{\infty} A_m(\epsilon) \delta(m\omega_b(1-\beta^2)^{1/2} - \omega) \quad (47)$$

但し $\omega_b = eB/m_0$ (m_0 静止質量), $\beta = v/c$ で $A_m(\epsilon)$ は ϵ のある関数である。

(46), (47) 式を (26) 式に代入して積分を行えば吸収係数 α_{ω} は求まるが、特に n 次の高調波の近傍では次式の様に近似出来る。

$$\alpha_{\omega}(n) L = -2\pi \wedge \mu^{2-n} \frac{[(\ell+3)/4]^{2-n} n^{2n-1} (\ell-2Q)}{[(\ell+1)/2] (2n+1)! (1-Q_n)^2} \frac{Q^{(2n+\ell-1)/2}}{\times e^{-Q}} \quad (48)$$

但し $\Lambda = \omega_p^2 L / (c \omega_b)$, $\mu = m_0 c^2 / \bar{u}$,

$$Q_n = \frac{\mathcal{Q}}{\mu} \left[\frac{(\ell+3)}{4} \right]^{-1} \ll 1 \quad (49)$$

\mathcal{Q} は周波数の函数で

$$\mathcal{Q} = \mu \left(\frac{\ell+3}{4} \right) \left[1 - \left(\frac{\omega}{n\omega_b} \right)^2 \right] \sim \mu \left(\frac{\ell+3}{2} \right) \left(\frac{n\omega_b - \omega}{n\omega_b} \right) \quad (50)$$

で与えられる。 \bar{u} は電子の平均運動エネルギーを表わす。(48)式から明らかなように $\mathcal{Q} < \ell/2$ の周波数範囲では $\alpha_\omega < 0$ であり $\mathcal{Q} > \ell/2$ では $\alpha_\omega > 0$ となる。即ち負吸収はサイクロトロン周波数並びにその高調波近傍の狭い領域

$0 < \frac{n\omega_b - \omega}{n\omega_b} \lesssim \frac{1}{\mu} \frac{\ell}{\ell+3}$ に於いて現われる。第11図に始めの2つの高調波について計算した結果を示す。 $\ell=0.2$ で

Maxwell分布からのずれが小さいにも拘らず、増巾率 ($-\alpha_\omega L$) は大きい値になることは注目すべきである。例えば $B=10^4$ gauss, 平均エネルギー $\bar{u}=75$ Kev, 電子密度 $n=2 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ では基本波に対して $\alpha_\omega \approx 0.11 \text{ cm}^{-1}$ と求められ、従って増巾率は 0.5 db/cm となる。負吸収が起ればプラズマからの輻射強度は電子の平均エネルギーと同じ電子温度の熱平衡プラズマからのそれに比して著しく大きくなることは前に述べた。実際に輻射強度を周波数の関係としてプロットしたのが第12図である。輻射は $\omega^* = 4.3 \omega_b$ まで黒体のそれである。負吸収は $\omega = \omega_b$ の近傍で半値幅 $\Delta\omega = 3 \times 10^{-3} \omega_b$ という非常に狭い周波数範囲に於てのみ起る。 $\Delta\omega$ が非常に小さいにもかかわらず、そこでの輻射強度は $\omega = 0 \sim \omega_*$ の周波数範囲の全黒体輻射のそれを越える。従って負吸収現象は熱核融合反応からの輻射損失に重要な問題を与えるであろう。*) 現在実験室で作られる高温プラズマで $\ell=0.2$ で与えられるような分布が測定されているからである。

*) 熱核融合反応炉の「発火点」は第零次近似では核融合反応によって得られる発熱量とその輻射損失とが等しい温度で定まる。

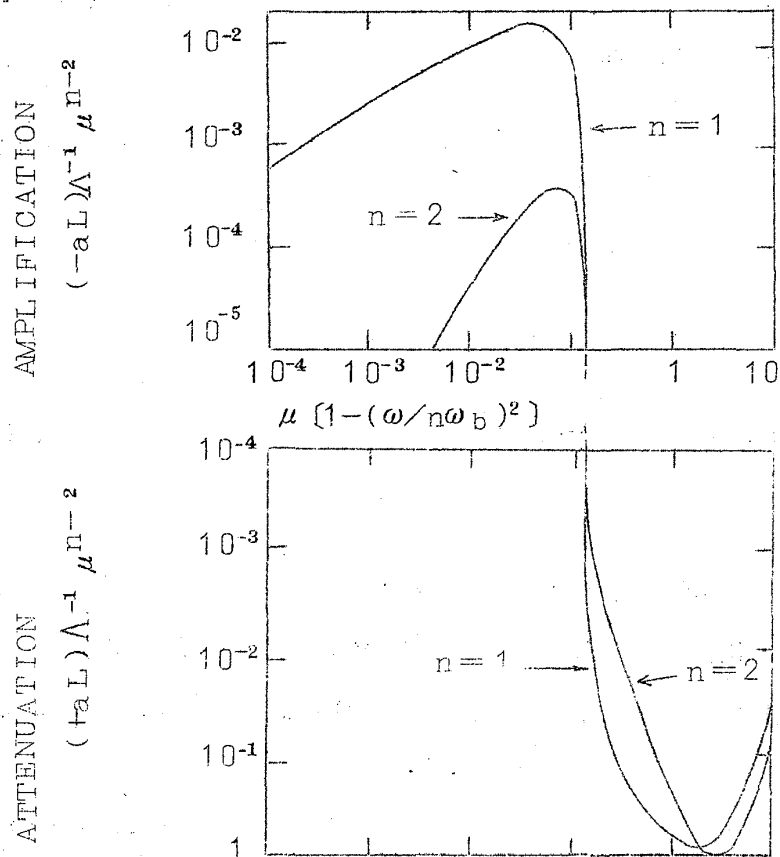


Fig.11 The transition from a positive to a negative coefficient, with varying frequency, for the first two. The plot is for a distribution function $f \propto N P^l e^{-b\epsilon}$, with $l=0.2$.

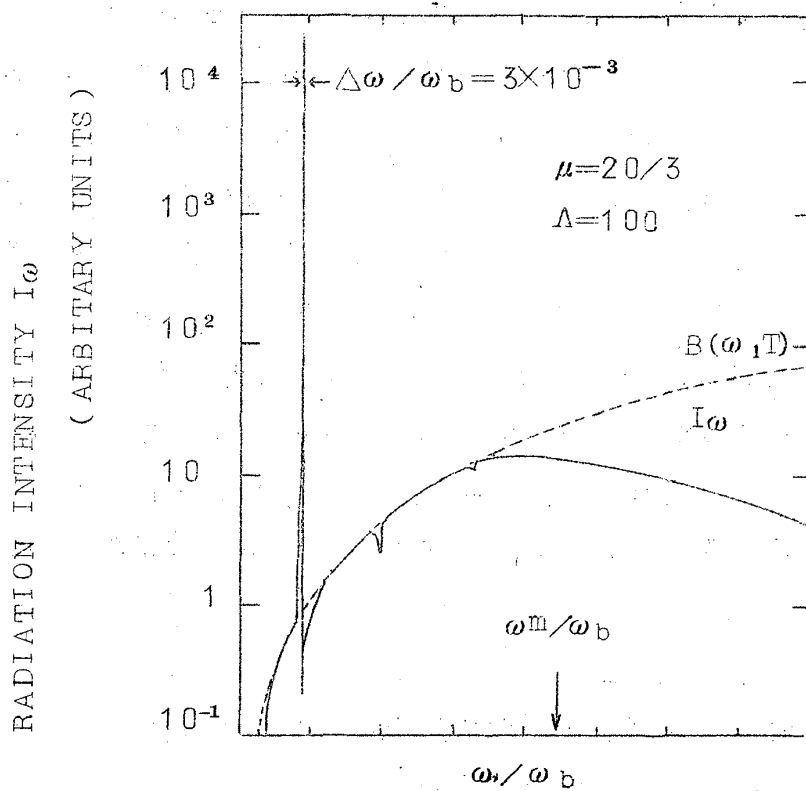


Fig.12 Complete view of the emission spectrum, showing the large peak at $\omega = \omega_b$. ($l=0.2$).

上述の負吸収係数の周波数スペクトルは電子が δ 関数的な分布をすれば容易に計算される。即ち

$$f(v_{\parallel}, v_{\perp}) = \frac{N}{2\pi v_0} \delta(v_{\parallel} - v_{0\parallel}) \delta(v_{\perp} - v_{0\perp}) \quad (51)$$

電子のエネルギーはそれ程大きくないとすれば, $\omega = \omega_b$ の近傍においてのみ負吸収が起り,

$$\alpha_{\omega} = \frac{\omega_p^2 \tau}{2c} \phi(\omega, \omega_b, \tau) \quad (52)$$

となる。但し

$$\phi = \frac{1 + A^2 - qA}{(1 + A^2)^2}, \quad A = (\omega - \omega_0) \tau$$

$$\omega_0 = \omega_b (1 - \beta_0^2)^{1/2} = \omega_b \left[1 - \left(\frac{v_{0\perp}}{c} \right)^2 - \left(\frac{v_{0\parallel}}{c} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (53)$$

$$q = \omega_b \tau \frac{v_{0\perp}^2}{c^2}$$

こゝで τ は電子の平均的な衝突時間を表わす。第13図はサイクロトロン周波数近傍での ϕ のスペクトルをプロットしたものである。図から明らかなように $q \leq 2$ では $\phi > 0$ 即ち正の吸収であるが, それ以上の q , 即ち $v_{0\perp}$ が或る値以上では $\phi < 0$ で波の増巾が起る, 而も相対論的サイクロトロン周波数 ω_0 よりもわずかに高い周波数で起ることを示している。

第13図の $\alpha_{\omega} < 0$ を証明する実験は, 真空中を走る電子ビームで行われた。即ち 5 keV に加速された電子は適当な配位の静磁場中を通る間に殆どのエネルギーが $v_{0\perp}$ に変換され, 非常に小さい $v_{0\parallel}$ を持って, TE_{011} モードの Q の高い円筒共振器に注入される。第7図の実験の場合と同じ様に 5800 MHz のマイクロ波の電子による吸収量を測定し, 静磁場の関数としてブラウン管上に表わす (実際には $\omega = \omega_b$ の近傍で磁場を変調してブラウン管の横軸とし, 吸収量

田中茂利

を縦軸にとる)。然るとき、 $\omega = \omega_b$ より 21 gauss 大い磁場において、約 2 ガウスの中にあつて負吸収が起りそれより高い磁場では正の吸収が起り、第 13 図で示したと類似のスペクトルが測定された。電子ビームの電流が 0.2 mA 以上では此の系は発振し出力 10 mW, 半値巾 25 KHz の発振出力を得た。更に同じ様な方法で作った此の種の発振器では、波長 2mm で、出力 1 ~ 2 W の発振出力が得られたと報告されている。

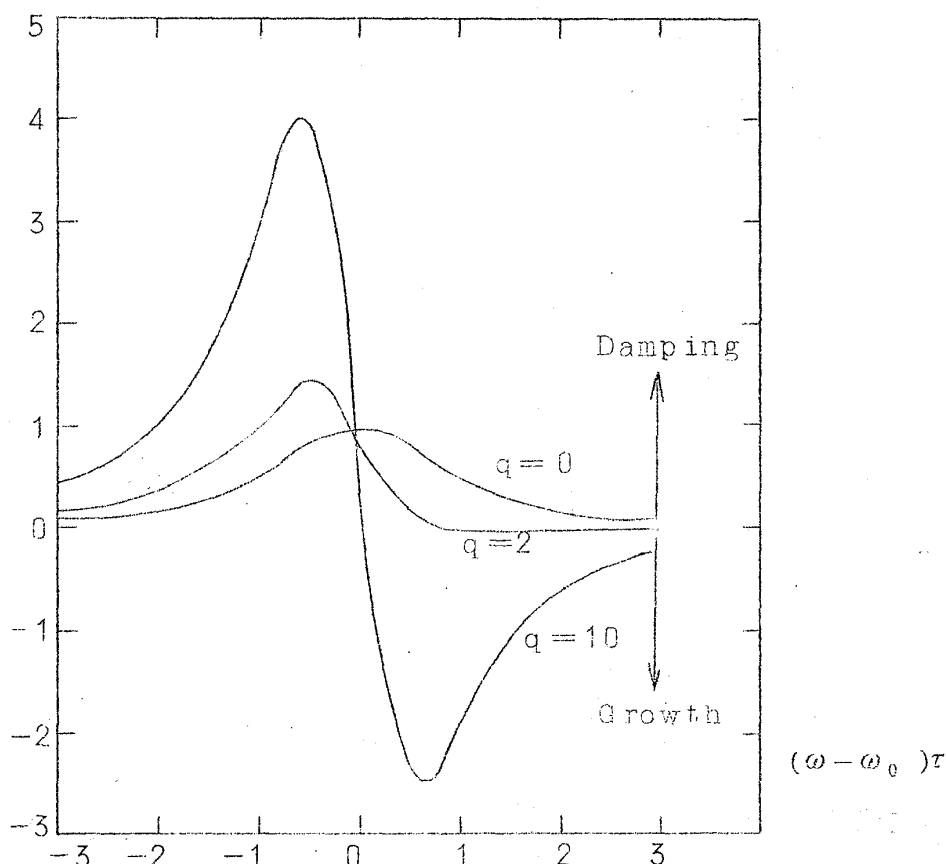


Fig.13 The frequency spectrum of the absorption coefficient near the electron cyclotron frequency, showing instability for $\omega > \omega_0 (= \omega_b \sqrt{1 - \beta^2})$. The wave propagates perpendicular to the magnetic field in a very mildly-relativistic plasma. (After Hirshfield and Wachtel (1964).)

§ 5. おわりに

以上に述べたプラズマの負吸収は所謂メーザー作用の一つである。通常の量子的なメーザーに比して、今の場合は電子の自由-自由遷移のエネルギーによるもので「古典的メーザー」といってもよいであろう。電子のエネルギー準位が連続的であるから、電子のエネルギー分布が反転している以外に、此の場合は (29) 又は (30) 式の不等式が必要条件となる。この負吸収現象を使って一方に一種の増巾器又は発振器などの開発が期待されるが、他方、超高温プラズ

マで此の効果が起れば核融合の実現には甚だ不都合である。

文 献

プラズマの負吸収現象を含めてプラズマの輻射については Bekefi の教科書 (文献 1) に詳しく述べられている。又, 負吸収に関する論文リストは文献 2) に掲げてあるので, こゝにはそれ以後の論文のみを掲げる。

- 1) G. Bekefi : Radiation Processes in Plasmas, Jon Wiley and Sons, Inc. , (1967) .
- 2) 田中 : 日本物理学会誌 第 20 巻 , (1965) 480 頁
- 3) Y. Terumichi et al. : J. Phys. Soc. Japan 20 (1965) 1705
- 4) J. M. Wachtel et al. : Phys. Rev. Letters 19 (1967)
- 5) S. Tanaka et al. : J. Phys. Soc. Japan 21 (1966) 2028, 2372, ibid. 22 (1967) 300, 310
- 6) T. Idehara et al. : J. Phys. Soc. Japan 22 (1967) 671, 23 (1967) 1122.